

الاسم واللقب: المستصحب: الفوج: العلامة: 20/20
ملاحظة: يأخذ في الحساب ستة أرقام بعد الفاصلة

الجزء الأول:

1. أجب على الأسئلة الآتية بـ "صح" أو "خطأ" مع التعليل في كلتا الحالتين:

- يتبع متحول عشوائي X التوزيع الثنائي، احتمال النجاح فيه $p=0.65$ ، من أجل عينة حجمها $n=7$ ؛ فإن احتمال وجود على الأكثر 4 نجاحات هو: 0.2279 خطأ

$$P(X \leq 4) = 1 - P(X=5) - P(X=6) - P(X=7) = 1 - C_7^5 p^5 q^2 - C_7^6 p^6 q^1 - C_7^7 p^7 q^0$$

$$= 1 - 21(0.65)^5(0.35)^2 - 7(0.65)^6(0.35) - (0.65)^7(0.35)^0 = 0.572187 \quad (1.5)$$

- متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم بين 100 و 150؛ فاحتمال أن تكون القيمة المحسوبة عشوائيا واقعة بين 115 و 135 هو: 0.9997 خطأ

$$P(115 \leq X \leq 135) = P(X \leq 135) - P(X \leq 115) = \frac{135-100}{150-100} - \frac{115-100}{150-100} = 0.4 \quad (1)$$

- في بلد ما 18 % من البالغين يضعون عدسات طبية. اختير عدد من البالغين عشوائيا وتم مقابلتهم واحدا واحدا، إن

احتمال أن يكون أول شخص يضع عدسة طبية من أول 15 شخص تمت مقابلتهم هو: 0.01118

$$P(X=15) = P q^{X-1} = 0.18(0.82)^{15-1} = 0.01118 \quad (1)$$

• قامت شركة "OHIO POWER" بتركيب نظام جديد للإجابة على الهاتف يستطيع التعامل مع ما متوسطه قدره

مكالمتين كل 10 دقائق؛ فإن احتمال أن ترد خلال نصف ساعة على أكثر من 4 مكالمات هو:

$$0.0892$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 2 \rightarrow 10 \text{ m} \\ \rho \rightarrow 30 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda_n = 6$$

$$P(x \leq 4) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4) = \frac{e^{-6} 6^0}{0!} + \frac{e^{-6} 6^1}{1!} + \frac{e^{-6} 6^2}{2!} + \frac{e^{-6} 6^3}{3!} + \frac{e^{-6} 6^4}{4!} = 0.98506 \quad (1.8)$$

• تمتلك شركة 11 مصنعا 7 منها محلية و 4 خارج الولايات المتحدة، وتقوم الشركة بتقييم الأداء كل عام لأربعة

مصانع تختار عشوائيا؛ فاحتمال أن يتضمن تقييم الأداء مصنعين أو أكثر خارج الولايات المتحدة هو:

$$0.6182$$

$$N=11; N_a=4; N-N_a=7; n=4$$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x=1) = 1 - \frac{C_4^2 C_7^2}{C_{11}^4} = 0.6182 \quad (1)$$

2. أوجد القيم الآتية:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{(1-x)^{-1}} dx = B(3; 2) = \frac{2! 1!}{4!} = \frac{2}{24} = 0.083 \quad (0.75)$$

$$B\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma(\frac{3}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2)} = \frac{0.5\sqrt{\pi} \sqrt{\pi}}{1!} = 1.57 \quad (0.8) \quad \tau\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{\frac{9}{2}(\frac{7}{2})(\frac{5}{2})(\frac{3}{2})(\frac{1}{2})\sqrt{\pi}}{\frac{3}{2}(\frac{1}{2})\sqrt{\pi}} = 39.375 \quad (0.75)$$

$$F_{(0.05; 10; 20)} = \frac{1}{F_{(0.95; 10; 20)}} = \frac{1}{2.35} = 0.4255 \quad (1) \quad t_{(0.10; 7)} = 1.8946 \quad (0.8) \quad \chi_{(0.025; 8)}^2 = 2.18 \quad (0.1)$$

الجزء الثاني

التمرين الأول: يقوم أحد تجار التجزئة الذين يستخدمون الانترنت لبيع بضائعهم بتخزين ألعاب شعبية إلكترونية في مستودع مركزي يستخدمه لتوزيع هذه الألعاب في شرق الولايات المتحدة. في كل أسبوع يتخذ التاجر قرارا حول عدد الوحدات الواجب تخزينها من تلك الألعاب، لنفرض أن الطلب الأسبوعي على هذه الألعاب يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره 2500 وحدة وانحراف معيار 300 وحدة.

1. إذا أراد تاجر التجزئة أن يحد من النقص في مخزون اللعبة الإلكترونية بحيث لا تتجاوز 50% في الأسبوع، فما هو عدد الوحدات التي ينبغي أن يخزنها في المستودع المركزي؟

2. إذا توفر لدى التاجر 2750 لعبة في بداية الأسبوع، فما احتمال أن يكون الطلب الأسبوعي أكبر من المخزون؟

3. إذا ازداد الانحراف المعياري للطلب الأسبوعي على اللعبة من 300 وحدة إلى 500 وحدة، فما مقدار الزيادة في عدد الوحدات التي ينبغي تخزينها بحيث يزيد احتمال أن يتجاوز الطلب الأسبوعي 80%؟

التمرين الثاني: إذا كان وقت تعطل وحدة التغذية الكهربائية المستخدمة في أحد الحواسيب الشخصية من إحدى العلامات التجارية يتبع التوزيع الأسّي بمتوسط قدره 4000 ساعة لكل عقد مبرم بين المشتري ومنتج الكمبيوتر.

1. ما احتمال تعطل وحدة التغذية بعد 2100 ساعة أو أقل؟

2. بفرض أن منتج الكمبيوتر قد باع 100000 كمبيوتر مزود بوحدة التغذية هذه، فبالقريب ما عدد الوحدات التي ينبغي إرجاعها بناءً على تعطلها بنسبة 99.99% أو أقل؟

التمرين الثالث: ليكن لدينا المتغير العشوائي X الذي يمثل العمر الإنتاجي لمنتج ما والذي يتبع التوزيع الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{x}{3}}}{9} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

1. أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمالية؛

2. أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؛

3. ما احتمال أن يدوم عمر هذا المنتج على الأكثر 4 سنوات؛

4. ما احتمال أن يكون عمر هذا المنتج ما بين 2 و5 سنوات؛

5. أحسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري.

$$X \sim N(2500, 300^2)$$

حل التمرين الأول:

$$1) x = ? ; P(Z \leq Z) = 0.5 \Rightarrow Z = 0.00 = \frac{x - 2500}{300} \Rightarrow x = 2500 \text{ U (1.5)}$$

$$2) P(X > 2750) = P(Z > \frac{2750 - 2500}{300}) = P(Z > 0.83) = 1 - P(Z \leq 0.83) = 1 - 0.7967 = 0.2033 \text{ U (1.5)}$$

$$3) x = ? ; P(Z > Z) = 0.8 \Rightarrow Z = 0.84 = \frac{x - 2500}{300} \Rightarrow x = 2752 \text{ U (1)}$$

$$X \sim E\left(\frac{1}{4000}\right) ; h = \frac{1}{4000}$$

حل التمرين الثاني:

$$P(X < 2100) = ?$$

(1) احتمال تعطل وحدة التغذية بعد 2100 ساعة أو أقل:

$$P(X < 2100) = 1 - e^{-\frac{1}{4000}(2100)} = 0.408444 \text{ (2)}$$

$$P(X < x) = 0.9999 = 1 - e^{-\frac{x}{4000}}$$

(2) عدد الوحدات التي ينبغي إرجاعها:

$$\Rightarrow x = 16000 \text{ U (2)}$$

حل التمرين الثالث:

1) إثبات أن دالة كثافة احتمالية. من أجل ذلك يجب تحقق الترتيب:

دالة $\{ \forall x; P(x) > 0$

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{3}} x dx = \frac{1}{9} \left(\left[-3xe^{-\frac{x}{3}} \right]_0^{+\infty} + 3 \left[-3e^{-\frac{x}{3}} \right]_0^{+\infty} \right) \\ = \frac{1}{9} ([0-0] + 3[0+3]) = 1 \quad (0.4)$$

2) إيجاد دالة التوزيع التراكمي:

$$F(x) = -\frac{1}{3} \left[xe^{-\frac{x}{3}} \right]_0^x - \left[e^{-\frac{x}{3}} \right]_0^x \quad (0.4)$$

3) احتمال أن يكون الممتوح على الأقل 4 سنوات:

$$P(X \geq 4) = -\frac{1}{3} \left[xe^{-\frac{x}{3}} \right]_0^4 - \left[e^{-\frac{x}{3}} \right]_0^4 = -\frac{1}{3} (1.053389 - 1) = 0.38494 \quad (0.5)$$

4) احتمال أن يكون الممتوح ما بين 2 و 5 سنوات:

$$P(2 \leq X \leq 5) = -\frac{1}{3} \left[xe^{-\frac{x}{3}} \right]_2^5 - \left[e^{-\frac{x}{3}} \right]_2^5 = 0.252026 \quad (0.5)$$

5) $\sigma(x), V(x), E(x), L(x)$

$$E(x) = \frac{\alpha}{B} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6$$

$$V(x) = \frac{\alpha}{B^2} = \frac{2}{(\frac{1}{3})^2} = 18$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 4.24$$

(0.25)

امتحان السداسي الثالث في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب: ...	الفوج:	العلامة: 20/20
ملاحظة: يأخذ في الحساب ستة أرقام بعد الفاصلة		

الجزء الأول:

1. أجب على الأسئلة الآتية بـ "صح" أو "خطأ" مع التعليل في كلتا الحالتين:

- بفرض أن التوزيع الثنائي يطبق على عينة حجمها $n=15$ فإن احتمال وجود ما بين 4 إلى 8 نجاحات إذا كان

احتمال النجاح 0.75 هو: 0.50627 خطأ

$$P(4 \leq x \leq 8) = P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) + P(x=7) + P(x=8) = C_{15}^4 p^4 q^{11} + C_{15}^5 p^5 q^{10} + C_{15}^6 p^6 q^9 + C_{15}^7 p^7 q^8 + C_{15}^8 p^8 q^7 = 0.000103 + 0.00068 + 0.003398 + 0.013107 + 0.039326 = 0.056613$$

1.8

- الوقت الذي يستغرقه إنتاج طابعة ليزيرية يتبع التوزيع المنتظم بين 8 ساعات إلى 15 ساعة؛ فاحتمال أن يستغرق

إنتاج الطابعة أقل من 9 ساعات هو: 1.1428 خطأ

$$P(x < 9) = \frac{9-8}{15-8} = 0.142857 \quad (1)$$

- في بلد ما 12 % من البالغين يضعون عدسات طبية. اختير عدد من البالغين عشوائيا وتم مقابلتهم واحدا واحدا، إن

احتمال أن لا يكون أول شخص يضع عدسة طبية من أول تسعة أشخاص تمت مقابلتهم هو: 0.04316 خطأ

$$P(x=10) = p q^{x-1} = 0.12 (0.88)^9 = 0.037977 \quad (1)$$

- عندما يسير العمل بشكل صحيح يستطيع المصرف المتحد الإلكتروني عن طريق الانترنت التعامل مع 25 عملية إلكترونية كل دقيقة خلال أكثر أوقات العمل ازدحاما في اليوم؛ فإذا وصل عدد طلبات العمليات الإلكترونية بمعدل 170 عملية كل عشر دقائق فاحتمال أن يفرق النظام بالطلبات هو:

$$\lambda = 170 \rightarrow 10 \text{ m} \quad \lambda_1 = 17$$

$$P(X > 25) = 1 - P(X \leq 25) = 1 - P(X = 25) - P(X = 24) = \dots = P(X = 0) = 1 - e^{-\frac{17}{10}} = 1 - e^{-1.7} = 1 - \frac{e^{-1.7}}{1} = 1 - \frac{0.182}{1} = 0.818$$

- لدى شركة "Beacon Hill Trees & Shrubs" مخزون يضم 10 أشجار فاكهة، 8 أشجار صنوبر، 14 شجرة قيقب، تعتزم الشركة تقديم أربعة أشجار يوم معرض الحدائق في المدينة بشكل عشوائي؛ فاحتمال أن يختار 3 أشجار صنوبر هو:

$$N = 10 + 8 + 14 = 32 \quad N_a = 8 \quad N - N_a = 24$$

$$P(X=3) = \frac{C_8^3 C_{24}^1}{C_{32}^4} = \frac{65(24)}{35960} = 0.043382$$

3. أوجد القيم الآتية:

$$\int_0^1 \sqrt{3} x^4 (1-x)^3 dx = \sqrt{3} B(5, 4) = \sqrt{3} \frac{4! 3!}{8!} = \sqrt{3} (0.003571) = 0.006186$$

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right) = \frac{F\left(\frac{1}{2}\right) F\left(\frac{-1}{2}\right)}{F\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)} = \frac{2\sqrt{\pi} \sqrt{\pi}}{2\sqrt{\pi} \sqrt{\pi}} = 6.283185$$

$$\tau\left(\frac{10}{4}\right) = \frac{1.5(0.5)\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = 0.75$$

$$t_{0.80; 5} = 0.2672 \quad \chi_{(0.25; 21)}^2 = 29.62$$

الجزء الثاني:

التمرين الأول: تقوم شركة "سي أن دسي" للصناعات بصنع محرك للغسل يستخدم في الصناعات الغذائية، يوضع المحرك علامة تشير إلى أن الكفالة تشمل استبداله مجانا إذا ما حدثت أعطال خلال أول 13000 ساعة من التشغيل وبالمتوسط فإن محرك مصنع "سي أن دسي" يعمل 15000 ساعة وبانحراف معياري قدره 1250 ساعة قبل حدوث عطل. كما أن عدد ساعات التشغيل قبل حدوث أي عطل يتبع التوزيع الطبيعي.

1. ما احتمال أن يتم استبدال محرك الغسل مجانا؟
2. ما نسبة المحركات التي من المحتمل أن تتجاوز 17500 ساعة تشغيل؟

3. إذا أراد مصنع "سي أن دسي" تصميم محرك الغسل بحيث لا يتم استبدال أكثر من 53% منها مجاناً، فما عدد ساعات التشغيل قبل حدوث أي عطل؟

التمرين الثاني: إذا كان الوقت المستغرق لتحضير الكابتشينو الجاف باستخدام حليب كامل الدسم في محل "ديلي كراند كافيه هاوس" يتبع التوزيع الأسّي بمتوسط 35 ثانية، وبفرض أن أحد الزبائن طلب فقط كابتشينو جاف بالحليب كامل الدسم.

1. ما احتمال أن يستغرق وقت التحضير أكثر من 29 ثانية؟

2. ما احتمال أن يستغرق وقت التحضير ما بين 28 ثانية و 33 ثانية؟

3. ما نسبة الكابتشينو الجاف بالحليب كامل الدسم الذي يستغرق وقت تحضيره 31 ثانية؟

4. ما قيمة الانحراف المعياري للأوقات التي يستغرقها تحضير الكابتشينو الجاف بالحليب كامل الدسم في محل "ديلي كراند كافيه هاوس".

التمرين الثالث: ليكن لدينا المتغير العشوائي X الذي يمثل الفترة الزمنية الفاصلة بين تعاقد الفرد مع شركة التأمين وتاريخ وقوع الخطر والذي يتبع التوزيع الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x/4}}{16} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

1. أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمالية.

2. أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع.

3. ما احتمال أن يقع للمؤمن له خطر مؤمن عليه على الأكثر 5 سنوات؟

4. ما احتمال أن يكون يقع للمؤمن له خطر مؤمن عليه ما بين 3 و 7 سنوات؟

5. احسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري.

$$x \sim N(15000, 1250^2)$$

$$P(x < 13000) = ?$$

$$P(Z < \frac{13000 - 15000}{1250}) = P(Z < -1.6) = P(Z > 1.6) = 1 - P(Z < 1.6) = 1 - 0.9452 = 0.0548$$

$$P(x > 17500) = ?$$

$$P(Z > \frac{17500 - 15000}{1250}) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

$$P(x > x) = 0.53 \Rightarrow x = ?$$

$$P(Z > 2) = 0.53 \Rightarrow Z = 0.08 = \frac{x - 15000}{1250} \Rightarrow x = 15100$$

$$x \sim E\left(\frac{1}{\lambda} = 35\right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{35}$$

حل المتريين التاليين:

(1) احتمال أن يستغرق وقت الخدمة أكبر من 29 ثانية:

$$P(x > 29) = ?$$

$$P(x > 29) = 1 - P(x < 29) = 1 - 1 + e^{-\frac{1}{35}(29)} = 0.773258 \quad (1.1)$$

(2) احتمال أن يستغرق وقت الخدمة ما بين 28 ثانية و 33 ثانية:

$$P(28 < x < 33) = P(x < 33) - P(x < 28) = 1 - e^{-\frac{1}{35}(33)} - 1 + e^{-\frac{1}{35}(28)} = 0.059816 \quad (1.2)$$

(3) نسبة المكاتب التي ليس كامل الاسم الذي يستغرق وقت الخدمة 31 ثانية:

$$P(x = 31) = \frac{1}{35} e^{-\frac{1}{35}(31)} = 0.011783 \quad (1.3)$$

(4) قيمة الانحراف المعياري:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}} = 35 \quad (1.4)$$

حل المتريين التاليين:

(1) إثبات أن كثافة احتمال يجب من أجل ذلك تحقق شرطين: وهي موجبة $P(x) > 0$ و $\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{16} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{4}} x dx = \frac{1}{16} \left(\int_0^{\infty} 4x e^{-\frac{x}{4}} dx + 4 \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{4}} dx \right) = \frac{1}{16} \left(\int_0^{\infty} 4x e^{-\frac{x}{4}} dx + 4 \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{4}} dx \right)$$

$$= \frac{1}{16} ([0 - 0] + 4[0 + 4]) = 1 \quad (0.1)$$

(2) إيجاد التوزيع التراكمي:

$$F(x) = -\frac{1}{4} [x e^{-\frac{x}{4}}]_0^x - [e^{-\frac{x}{4}}]_0^x \quad (0.2)$$

(3) احتمال أن يقع الوقت من 3 إلى 7 من أجل أن يكون أقل من 3 سنوات:

$$P(x < 7) = -\frac{1}{4} [x e^{-\frac{x}{4}}]_0^7 - [e^{-\frac{x}{4}}]_0^7 = -\frac{1}{4} (1.1438(23.0) - (0.2865(0.1) - 1) = 0.355364 \quad (0.3)$$

(4) احتمال أن يكون وقع ما بين 3 و 7 سنوات:

$$P(3 < x < 7) = \int_3^7 f(x) dx = -\frac{1}{4} [x e^{-\frac{x}{4}}]_3^7 - [e^{-\frac{x}{4}}]_3^7 = 0.609421 \quad (0.4)$$

(5) $\sigma(x) < V(x)$, $F(x) < L(x)$

$$E(x) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8$$

$$V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = 32 \quad (0.5)$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 5.65$$

التبرء الأول

1. أجب على الأسئلة الآتية بـ "صح" أو "خطأ" مع التعليل في كلتا الحالتين:

يتبع متحول عشوائي للتوزيع الثنائي، احتمال النجاح فيه $p=0.45$ ، من أجل عينة حجمها $n=11$ فإن احتمال 8

75 0.0609

$$P(X \geq 8) = P(X=8) + P(X=9) + P(X=10) + P(X=11) = {}_{11}C_8 p^8 q^3 + {}_{11}C_9 p^9 q^2 + {}_{11}C_{10} p^{10} q^1 + {}_{11}C_{11} p^{11} q^0$$

$$= 0.0609$$

• بفرض أن x متغيراً عشوائياً له توزيع منتظم حيث $b=9$; $a=5$; فاحتمال $P(5.5 < x < 8)$ هو: 0.09375

$$P(5.5 < x < 8) = P(x < 8) - P(x < 5.5) = \frac{8-5}{9-5} - \frac{5.5-5}{9-5} = 0.625$$

• احتمال حدوث أول نجاح لأقرب 3 أرقام معنوية في المحاولة الثالثة إذا كان احتمال النجاح في كل محاولة 0.66

0.07629

$$P(X=3) = \dots \dots \dots P q^{x-1} = 0.66(0.34)^{3-1} = 0.076296$$

يُعتقد بأن العدد المتوسط للأخطاء في كل صفحة ينجزها قسم الكتابة على برنامج وورد في شركة كبيرة يساوي 1.5؛ إذا
 تم فحص 3 صفحات فاحتمال ظهور 3 أخطاء هو: 0.1255 خطأ

$$\lambda = 1.5 \rightarrow \text{صفحة واحدة} \\ \lambda = 4.5 \rightarrow \text{3 صفحات}$$

$$P(x=3) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-4.5} 4.5^3}{3!} = 0.168718$$

تتضمن حقبة استثمارية 20 سهما 10 منها تعتبر أسهم شركات ضخمة، و 5 أسهم شركات متوسطة، والخمسة الأخرى أسهم شركات صغيرة. طلب الزبون من مديرة الحقيبة إعداد تقرير يركز على سبعة أسهم مختارة عشوائيا؛ فاحتمال أن تكون جميع الأسهم السبعة من أسهم الشركات الضخمة هو: 0.5 خطأ

$$P(x=8) = \frac{C_{10}^7 C_{10}^0}{C_{20}^7} = 0.02167$$

2. أوجد القيم الآتية: 4

$$7\sqrt{3} \int_0^1 (1-x)^{\frac{1}{2}} dx = 7\sqrt{3} \frac{\Gamma(1) \Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{5}{2})} = \frac{0.5\sqrt{\pi}}{1.5(0.5)\sqrt{\pi}} = 8.0820 \quad (0.75)$$

$$B(5; \frac{7}{2}) = \frac{\Gamma(5) \Gamma(\frac{7}{2})}{\Gamma(\frac{17}{2})} = 0.00568 \quad (0.75)$$

$$\frac{\Gamma(\frac{-1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = -2 \quad (0.5)$$

$$F_{(0.025, 7, 12)} = \frac{1}{F_{(0.975, 12, 7)}} = \frac{1}{3.61} = 0.277 \quad (1)$$

$$t_{(0.025, 5)} = 1.4759 \quad (0.5) \quad \chi_{(0.025, 12)}^2 = 23.34 \quad (0.5)$$

الجزء الثاني

التمرين الأول: تعمل شركة خاصة على تقييم اثنين من الاستثمارات البديلة، على الرغم من أن العوائد عشوائية فإن كل عائد من الاستثمارات يمكن أن يوصف بأنه يتبع التوزيع الطبيعي؛ بلغ متوسط عائد الاستثمار الأول 2000000 دولار، وبانحراف معياري 125000 دولار؛ أما متوسط عائد الاستثمار الثاني فكان 2275000 دولار وبانحراف معياري 500000 دولار.

1. ما احتمال أن يكون عائد الاستثمار الأول 1900000 دولار أو أقل؟

2. ما احتمال أن يكون عائد الاستثمار الثاني 1900000 دولار أو أقل؟

3. أوجد قيمتي عائدي الاستثمارين الأول والثاني التي تحقق نسبة 0.8 على الأكثر.

التمرين الثاني: في أحد محلات بيع المجلات والذي يعمل على مدار اليوم (24 ساعة في اليوم طوال أيام الأسبوع)؛ وفي محاولة منه لتسريع طلبات التوصيل وافق المتجر على قبول الطلبات بالفاكس؛ فإذا كان من المعلوم أن الفترة الزمنية لاستلام الطلبات بالفاكس تتبع التوزيع الأسّي بمتوسط زمني 20 طلبا كل ساعتين خلال اليوم فأوجد ما يلي:

1. احتمال أن يصل طلب بالفاكس في غضون الدقائق التسع القادمة.

2. احتمال أن يكون الوقت بين طلبين بالفاكس يستغرق ما بين 3 و 6 دقائق.

3. احتمال أن يستغرق الوقت 12 دقيقة بين طلبين بالفاكس.

التمرين الثالث: ليكن لدينا المتغير العشوائي X الذي يمثل الوقت الذي يستغرقه تلاشي الدواء من الجسم والذي يتبع التوزيع الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{x}{25}}}{25} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمالية

2. أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؛

3. ما احتمال أن يستغرق تلاشي الدواء من الجسم على الأقل 4 أشهر؛

4. ما احتمال أن يستغرق تلاشي الدواء من الجسم ما بين 3 و 6 أشهر؛

5. أوجد الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري.

حل التمرين الأول: $x_1 \sim N(2000000, 125000^2)$; $x_2 \sim N(2275000, 500000^2)$

$$P(x_1 \leq 1900000) = P(Z_1 \leq -0.8) = P(Z > 0.8) = 1 - P(Z \leq 0.8) \quad (1)$$

$$= 1 - 0.7881 = 0.2119 \quad (1)$$

$$P(x_2 \leq 1900000) = P(Z_2 \leq -0.75) = P(Z > 0.75) = 1 - P(Z \leq 0.75) \quad (2)$$

$$= 1 - 0.7734 = 0.2266 \quad (1)$$

$$x_1 = ? ; P(Z_1 \leq Z_1) = 0.8 \Rightarrow Z_1 = 0.84 = \frac{x_1 - 2000000}{125000} \quad (3)$$

$$\Rightarrow x_1 = 2105000 \$ \quad (1)$$

$$x_2 = ? ; P(Z_2 \leq Z_2) = 0.8 \Rightarrow Z_2 = 0.84 = \frac{x_2 - 2275000}{500000}$$

$$\Rightarrow x_2 = 2380000 \$ \quad (1)$$

$$x \rightarrow E(\lambda = ?) ; \frac{1}{\lambda} = 20 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{20}$$

المتغير العشوائي

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{20} \rightarrow 120 \text{ m} \\ \rho \rightarrow 1 \text{ m} \end{array} \right\} \lambda_1 = \frac{\frac{1}{20}}{120} = \frac{1}{2400} \quad (1)$$

$$P(x=9) = \lambda e^{-\lambda x} = \frac{1}{2400} e^{-\frac{1}{2400}(9)} = 0,000415 \quad (1)$$

$$2) P(3 \leq x \leq 6) = P(x \leq 6) - P(x \leq 3) = 1 - e^{-\lambda x} - 1 + e^{-\lambda x} = e^{-\frac{3}{2400}} - e^{-\frac{6}{2400}} \\ = 0,001247 \quad (1)$$

$$3) P(x=12) = \lambda e^{-\lambda x} = \frac{1}{2400} e^{-\frac{1}{2400}(12)} = 0,000416 \quad (1)$$

المتغير العشوائي

(1) بيان افتراضات كتابة احتمال: يجب أن يتوفر الشرطان الآتيان

$$\forall x ; P(x) > 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x}{5}} dx = 1$$

U	x	U'	1
v	$-\frac{x}{5}$	v	$e^{\frac{x}{5}}$

$$\frac{1}{5} \left(\left[-5x e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^{+\infty} + 5 \int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{5}} dx \right) = \frac{1}{5} \left([0-0] + 5 \left[-5 e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^{+\infty} \right) = \frac{1}{5} (25 [e^{-\frac{x}{5}}]_0^{+\infty}) \\ = -1 [0-1] = 1 \quad (0,5)$$

(2) إيجاد الدالة التراكمية

$$F(x) = -\frac{1}{5} \left[-x e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^x - \left[e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^x \quad (0,25)$$

$$P(x \geq 4) = 1 - P(x < 4) = 1 - \left(-\frac{1}{5} \left[x e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^4 - \left[e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^4 \right) = 1 - (-0,108968 - 0,135335) \quad (3) \\ = 1 + \frac{1}{5} \left[x e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^4 - \left[e^{-\frac{x}{5}} \right]_0^4 = 0,972933 \quad (0,5)$$

$$P(3 \leq x \leq 6) = P(x \leq 6) - P(x \leq 3) = -\frac{1}{5} \left[x e^{-\frac{x}{5}} \right]_3^6 - \left[e^{-\frac{x}{5}} \right]_3^6 \quad (4) \\ = -\frac{1}{5} (0,298722 - 0,99313) - 0,049787 + 0,22313 = 0,158225 \quad (0,5)$$

(5) $\delta(x)$ و $V(x) < E(x)$

$$E(x) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\frac{1}{5}} = 10$$

$$V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{2}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 50$$

$$\delta(x) = \sqrt{V(x)} = 7,07$$